

Mathématiques Discrètes

feuille numéro 08

10 novembre 2018

Exercice 1

Donnez une expression du terme général des suites récurrentes suivantes directement en fonction de n (et pas des termes précédents) :

Q 1.1

$$u_{n+1} = u_n + 2n + 3, \quad n \geq 0, \quad u_0 = 1.$$

Q 1.2

$$u_{n+1} = u_n + 3n^2 - n, \quad n \geq 0, \quad u_0 = 3.$$

Q 1.3

$$u_{n+1} = 2u_n + 5, \quad n \geq 0, \quad u_0 = 1.$$

Q 1.4

$$u_{n+1} = 2u_n + 2^n, \quad n \geq 0, \quad u_0 = 1.$$

Exercice 2

On pose pour tout entier n

$$u_n = \sum_{i=0}^n i^2.$$

Q 2.1 Trouvez quelle fonction $f(n)$ permet à la suite (u_n) de vérifier la relation de récurrence :

$$u_{n+1} = u_n + f(n). \tag{1}$$

Q 2.2 Cherchez une expression de u_n en fonction de n sous la forme d'un polynôme de degré 3 en n .

Exercice 3

Au premier jour de l'année, Balthazar dépose mille euros sur un compte qui rapporte 6% d'intérêts composés chaque mois. Chaque début de mois il ajoute deux cents euros sur son compte.

Q 3.1 S'il continue de faire cela pendant les 4 ans qui suivent, c'est à dire qu'il fait 47 dépôts de 200 euros, combien aura-t-il sur son compte ?

Q 3.2 Facultatif : vérifiez votre réponse à l'aide d'un programme.

Exercice 4

Donnez une expression du terme général des suites récurrentes suivantes directement en fonction de n (et pas des termes précédents) :

Q 4.1

$$u_{n+2} = -3u_{n+1} - 2u_n + 3^n, \quad n \geq 0, \quad u_0 = 0, \quad u_1 = 1.$$

Q 4.2

$$u_{n+2} = -4u_{n+1} - 4u_n + 7, \quad n \geq 0, \quad u_0 = 1, \quad u_1 = 2.$$

Q 4.3

$$u_{n+2} = -4u_{n+1} - 4u_n + n^2, \quad n \geq 0, \quad u_0 = 0, \quad u_1 = 2.$$

Exercice 5

Donnez une expression en fonction de n (et pas des termes précédents de la suite) du terme général des suites récurrentes suivantes :

Q 5.1

$$u_{n+2} = +6u_{n+1} - 9u_n + 3(2^n) + 7(3^n), \quad n \geq 0, \quad u_0 = 1, \quad u_1 = 4$$