

Mathématiques Discrètes

feuille numéro 07

10 novembre 2018

Exercice 1

On donne les premiers termes de plusieurs suites, dites si elles peuvent être arithmétiques, géométriques, arithmético-géométrique ou autres, dans les trois premiers cas donnez le terme général de la suite.

Q 1.1

$$u_0 = 5, \quad u_1 = 9 \quad u_2 = 13 \quad u_3 = 17$$

Q 1.2

$$u_0 = 5, \quad u_1 = 15 \quad u_2 = 45 \quad u_3 = 135$$

Q 1.3

$$u_0 = -5, \quad u_1 = 15 \quad u_2 = -45 \quad u_3 = 135$$

Q 1.4

$$u_0 = -5, \quad u_1 = 15 \quad u_2 = 35 \quad u_3 = 55$$

Q 1.5

$$u_0 = -5, \quad u_1 = 15 \quad u_2 = 25$$

Q 1.6

$$u_0 = 5, \quad u_1 = 13 \quad u_2 = 37 \quad u_3 = 109$$

Q 1.7

$$u_0 = -5, \quad u_1 = 15$$

Exercice 2

On donne les premiers termes d'une suite arithmético-géométrique :

$$u_0 = -1 \quad u_1 = 2 \quad u_2 = 11.$$

Q 2.1 Peut-on déterminer complètement cette suite ?

Q 2.2 Exprimer en fonction de n le terme général de cette suite.

Exercice 3

Un étudiant emprunte 1000e à une banque : la mensualité est de 20e le taux mensuel est de 1.005%. Chaque mois, les intérêts sont calculés sur le capital restant dû le mois précédent, puis l'étudiant rembourse sa mensualité. On note C_n le capital restant dû après le paiement de n mensualités.

Q 3.1 Que vaut C_0 ?

Q 3.2 Donnez l'équation de récurrence suivie par C_n .

Q 3.3 De quel type de suite s'agit-il ?

Q 3.4 Donnez une expression de C_n directement en fonction de n et pas des termes précédents.

Q 3.5 Aura-t-il remboursé un jour ? si oui au bout de combien de mensualités ?

Exercice 4

On s'intéresse à la suite :

$$u_0 = 7$$
$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = 24u_n + 18 \times 6^n.$$

Q 4.1 Calculez u_1 , u_2 . La suite est elle arithmétique, géométrique, arithmético-géométrique ? On se propose de trouver une expression en fonction de n uniquement, en procédant au changement de « variable » suivant. On définit la suite v en posant pour tout entier n par $u_n = 6^n v_n$

Q 4.2 Donnez la relation de récurrence suivie par la suite v . Quel est son premier terme ?

Q 4.3 Quel est le type de la suite v ?

Q 4.4 Donnez une expression de v_n en fonction de n .

Q 4.5 En déduire l'expression de u_n .

Exercice 5

On définit la suite (u) par

$$u_0 = 5$$
$$u_1 = 12$$
$$\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+2} = 5u_{n+1} - 6u_n.$$

Q 5.1 De quel type de suite s'agit-il ?

Q 5.2 Y a-t-il des suites géométriques qui satisfont la relation de récurrence sans les conditions initiales ?

Q 5.3 Exprimez le terme u_n en fonction de n seulement.