

Mathématiques Discrètes

feuille numéro 03

19 septembre 2018

Exercice 1

Q 1.1 Combien y a-t'il de chemins distincts pour aller du point $(-1, 2, 0)$ au point $(1, 3, 7)$ de \mathbb{Z}^3 si chaque déplacement est du type : $H : (x, y, z) \mapsto (x + 1, y, z)$ $V : (x, y, z) \mapsto (x, y + 1, z)$ $A(x, y, z) \mapsto (x, y, z + 1)$?

Q 1.2 Même question pour aller du point $(1, 0, 5)$ au point $(8, 1, 7)$.

Q 1.3 Proposez une généralisation des questions précédentes.

Q 1.4 Avec le problème de la première question combien de chemins commencent par un nombre pair de déplacement de type A ?

Exercice 2

Q 2.1 Calculez $\binom{6}{2}$.

Q 2.2 Puis vérifiez votre réponse en énumérant les paires (ensemble de deux éléments) qu'on peut faire avec les éléments de l'ensemble $\llbracket 1, 6 \rrbracket$.

Exercice 3

Q 3.1 De combien de manières peut on choisir un ensemble de cinq joueurs de basket parmi une équipe de 12 joueurs possibles ?

Q 3.2 Combien de selections contiennent à la fois le meilleur et le plus faible des joueurs ?

Exercice 4

De combien de manières peut-on tirer cinq cartes d'un jeu de cinquante deux cartes pour obtenir

Q 4.1

Q 4.1.1 une suite (5 cartes qui se suivent de la même couleurs) ?

Q 4.1.2 un carré d'as ?

Q 4.1.3 un carré quelconque ?

Q 4.1.4 trois as et deux valets ?

Q 4.1.5 un full (un brelan et une paire) ?

Q 4.1.6 un brelan ?

Q 4.1.7 deux paires ?

Exercice 5

Une commission de douze personnes est choisie parmi dix hommes et dix femmes.

Q 5.1 De combien de manières la sélection peut-elle être faite

- Q 5.1.1** s'il n'y a aucune restrictions ?
- Q 5.1.2** s'il doit y avoir six hommes et six femmes ?
- Q 5.1.3** s'il doit y avoir un nombre pair de femmes ?
- Q 5.1.4** s'il doit y avoir plus de femmes que d'hommes ?
- Q 5.1.5** s'il doit y avoir au moins huit hommes ?

Exercice 6

Q 6.1 Combien y a-t-il de mots de neuf lettres contenant exactement trois A, trois B, et trois C.

Q 6.2 Combien y a-t-il de mots de douze lettres contenant exactement trois A, trois B, et trois C, trois D.

Q 6.3 En utilisant un argument combinatoire, montrez que pour tout entier k positif ou nul, alors la fraction $\frac{(3k)!}{(3!)^k}$ est un entier.

Q 6.4 Proposez une généralisation de la première question.

Exercice 7

En commandant le menu spécial du jour à un dîner, une cliente a le choix entre trois entrées et doit choisir deux des six légumes disponibles.

Q 7.1 Combien de dîners différents peut-elle choisir

- Q 7.1.1** si elle doit choisir deux légumes différents ?
- Q 7.1.2** si elle peut choisir deux fois le même légumes ?

Q 7.2 Reprendre les questions précédentes si elle a en outre le choix entre un jus de tomate, un jus d'orange et une soupe de haricot comme apéritif ?

Exercice 8

Donald connaît plusieurs langages de programmation : LITERATE, MIX, MMIX, TeX, Pascal, C. À des fins pédagogiques, il souhaite réaliser trois implantations d'un même algorithme en utilisant trois de ces langages.

Q 8.1 Combien a-t-il de choix ?

Exercice 9

Q 9.1 Combien d'octets contiennent dans leur écriture binaire

- Q 9.1.1** exactement deux bits un ?
- Q 9.1.2** exactement quatre bits un ?
- Q 9.1.3** exactement six bits un ?
- Q 9.1.4** au moins six bits un ?

Exercice 10

Combien de suites strictement croissantes $a < b < c$ peut-on faire avec les nombres entiers de 1 à 10 ?