

Mathématiques Discrètes

feuille numéro 01

14 septembre 2018

Exercice 1

Les voitures de marque Citrault sont déclinées en quatre modèles, douze couleurs, trois motorisations et deux types de transmissions.

Q 1.1 Combien de voitures Citrault distinctes peuvent-elles être construites ?

Q 1.2 L'une des couleurs est bleue. Combien de Citrault bleues peuvent être construites ?

Q 1.3 L'une des motorisations est un moteur V-8. Combien de sortes de voitures Citrault bleues ayant un moteur V-8 peuvent être construites ?

Exercice 2

Un certain restaurant nommé "Sandwichs associés" prévient ses consommateurs qu'ils peuvent acheter leurs sandwichs *avec* ou *sans* les ingrédients suivants :

ketchup, moutarde, mayonnaise, laitue, tomate, oignons, cornichons, fromage, champignons

Q 2.1 Combien de type de hamburgers peut-on commander ?

Exercice 3

Dans le but de faire une piscine municipale dans une ville, la chambre de commerce organise une course. Chaque participant paie cinq euros de frais d'inscription et a une chance de gagner des trophées de différentes tailles qui sont offerts aux huit premiers coureurs qui finissent.

Q 3.1 Si trente personnes participent à la course, combien de manières de distribuer les trophées sont possibles ?

Q 3.2 Candice et Roberta sont deux participantes à la course. Parmi toutes les arrivées possibles, combien y a-t-il d'arrivées telles que Candice et Roberta soit dans les trois premiers arrivants ?

Exercice 4

Mathieu travaille comme technicien informatique dans une petite université. Un soir, il trouve 12 programmes qui ont été lancés plus tôt dans la journée pour un traitement différé. De combien de manières, Mathieu peut ordonner leur traitement si :

Q 4.1 il n'y a aucune restriction

Q 4.2 quatre programmes ont une priorité plus élevée que les huit autres et s'il souhaite commencer par les quatre plus prioritaires.

Q 4.3 il sépare les programmes en trois catégories

— 4 de priorité élevée,

— 5 de priorité moindre,

— et 3 de priorité encore plus faible.

et s'il souhaite les exécuter par priorité décroissante. de combien de manières peut il s'y prendre ?

Exercice 5

Q 5.1 Combien de mots de neuf lettres peut-on écrire en utilisant chaque symbole **a, b, c, d, e, e, e, e, e** en faisant en sorte qu'il n'y ait pas deux **e** consécutifs ?

Exercice 6

Un alphabet de quarante symboles est utilisé pour transmettre des messages dans un système de communication.

Q 6.1 Combien de messages différents de longueur 25 peuvent être émis si les symboles peuvent être répétés.

Q 6.2 Combien de messages différents peuvent être émis, si on impose que dix des symboles ne peuvent apparaître que comme premier et/ou dernier symbole et que les trente autres symboles peuvent apparaître n'importe où? Les répétitions de symboles sont autorisées.

Exercice 7

Dans une implantation particulière du langage de programmation Pascal, un identificateur se compose d'une seule lettre ou bien d'une lettre suivie d'au plus sept symboles qui peuvent être des lettres ou des chiffres. On suppose que, sur cet ordinateur, on ne peut faire la différence entre les lettres capitales et les lettres bas de casses. Il y a 26 lettres et dix chiffres.

Q 7.1 Combien d'identificateurs distincts sont possibles dans cette version de Pascal?

Exercice 8

La production d'une machine se décompose en quatre étapes. Il y a six chaînes de montage pour la première étape, quatre chaînes de montage pour la seconde étape, cinq pour la troisième étape et enfin aussi cinq pour la dernière étape.

Q 8.1 Déterminez de combien de façons différentes les machines peuvent être réalisées par ce processus de fabrication.

Exercice 9

Soit le programme Python suivant :

```
for i in range(1,13):
    for j in range(5,11):
        for k in reversed(range(8,16)):
            print( (i-j)*k)
```

Note : on rappelle que (en Python) `range(a,b)` est l'intervalle des entiers supérieurs ou égaux à `a` et inférieurs strictement à `b`

Q 9.1 Combien de fois la fonction `print` est elle appelée?

Q 9.2 Quelle est la règle utilisée dans la question précédente?

Exercice 10

Soit x un réel différent de 1 et n un entier naturel, On pose

$$S = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^i + \dots + x^{n-1} + x^n$$

c'est-à-dire

$$S = \sum_{i=0}^n x^i$$

Q 10.1 Donnez une formule qui permet de calculer S plus simplement (indication calculer xS).

Exercice 11

Q 11.1 Combien de mots peuvent être écrits en mélangeant et en utilisant toutes les lettres de **CARNAVAL**?

Q 11.2 Parmi les arrangements précédents, combien ont les trois **A** côte à côte?