

Mathématiques Discrètes
Licence d'Informatique
Université de Lille 1

DS 1, le 13 novembre 2014

Durée : 2 heures

Les documents et les calculatrices ne sont pas autorisés

Exercice 1. Considérons les permutations de 5 éléments a, b, c, d, e ordonnées dans l'ordre alphabétique.

- 1) Donner le dernier élément dans la liste alphabétique.
- 2) Déterminer les permutations de numéros 7 et 25 dans cette liste.
- 3) Trouver le numéro de la permutation (d, a, e, b, c) dans la liste alphabétique.
- 4) Déterminer la permutation de numéro 60 dans cette liste.

Exercice 2. 1) De combien de façons peut-on répartir

- a) 12 boules distinctes dans 3 tiroirs distincts ?
- b) 12 boules identiques dans 3 tiroirs distincts ?

2) Il y a douze types de cartes postales. De combien de façons pouvez-vous choisir 10 cartes, s'il y a plus que 10 cartes de chaque type, vous pouvez prendre plusieurs fois la carte de type fixé.

Exercice 3. 1) Utiliser la formule du binôme de Newton et sa dérivée pour calculer

$$\sum_{k=0}^n (-1)^k 2^k C_n^k$$

et

$$\sum_{k=1}^n k 2^{k-1} C_n^k.$$

2) Trouver le nombre de solutions en entiers naturels de l'équation

$$a + b + c = 8.$$

3) Donner la formulation du développement de l'expression polynômiale $(x + y + z)^8$.

4) Utiliser la formule polynômiale pour calculer le coefficient de x^{14} dans $(x^3 - x + 1)^8$.

Exercice 4. On analyse l'ensemble de mots M_9 de longueur 9 écrits avec l'alphabet $\{a, b, c\}$.

1) Trouver le nombre de mots dans M_9 contenant

- a) 4 lettres a , 3 lettres b et 2 lettres c ;
- b) exactement une lettre a ;
- c) exactement une lettre a et une lettre b .

2) Trouver le nombre de mots dans M_9 contenant

- a) au moins une lettre a ;
- b) au moins une lettre a et au moins une lettre b .

3) Combien de mots de longueur 9 contiennent au moins une fois toutes les lettres $\{a, b, c\}$?