

Codage de l'information**Représentation des nombres****1 Exercices****Exercice 1-1** *Conversions*

1. Convertir le nombre 797 en base 2, 4, 7, 8 et 16.
2. Quel est le nombre entier dont l'écriture en base 7 est $\overline{1234}_7$?
3. Écrire en base 16 le nombre dont l'écriture en base 4 est $\overline{2231201}_4$ sans le convertir en base 10.
4. Écrire en base 2 le nombre dont l'écriture en base 16 est $\overline{A2B1}_{16}$ sans le convertir en base 10.

Exercice 1-2 *Question de cours*

Soit $b \geq 2$ un entier.

Question 1 Quels sont les nombres entiers naturels dont l'écriture en base b comprend n chiffres au maximum ? Combien y en a-t-il ?

Question 2 Même question pour les entiers dont l'écriture en base b possède exactement n chiffres.

Exercice 1-3 *Additions et multiplications*

Question 1 Construisez les tables d'addition et de multiplication en base 2, puis effectuez les opérations $\overline{111010}_2 + \overline{1001}_2$ et $\overline{110010}_2 \times \overline{1001}_2$.

Question 2 Même chose en base 7 avec les opérations $\overline{463}_7 + \overline{241}_7$ et $\overline{463}_7 \times \overline{241}_7$.

Exercice 1-4

Montrez que dans tout système de numération de base b supérieure à trois, le nombre $\overline{1331}_b$ est un cube.

Exercice 1-5

Soit x le nombre entier naturel dont l'écriture binaire est $\overline{10\dots 01}_2$ (n chiffres 0 encadrés par deux 1, n étant non nul). Comment s'écrivent x^2 et x^3 en base 2 ?

Exercice 1-6 *Miroirs*

Dans le système de numération de base b , on considère deux entiers c et d différents de 1 et de b qui vérifient $c + d = b + 1$.

Question 1 Prouvez que les nombres $n = c(b - 1)$ et $m = d(b - 1)$ s'écrivent avec les mêmes chiffres mais disposés en ordre inverse.

Question 2 Comment s'écrit la somme $n + m$ en base b ?

Exercice 1-7 Taille d'un entier

Le plus grand nombre premier¹ connu ce jour (10 septembre 2011) est le 47-ème nombre de Mersenne

$$N = 2^{43112609} - 1.$$

Question 1 Comment s'écrit ce nombre en base 2 ?

Question 2 Combien de chiffres comprend l'écriture de ce nombre en base 10 ?

Exercice 1-8 Représentation binaire des entiers signés

Question 1 Représentez le nombre -103_{10} en binaire sur 8 bits dans le codage signe-valeur absolue et en complément à deux.

Question 2 Suivant la représentation, quel est l'entier codé sur 8 bits par 11011001_2 ?

Question 3 Lorsque le codage s'effectue sur n bits, quels sont les entiers que l'on peut représenter avec le codage signe-valeur absolue ? avec le codage en complément à deux ?

Exercice 1-9 Nombres à virgule flottante selon la norme IEEE 754

Dans la norme IEEE-754, les nombres flottants peuvent être représentés en base $b = 2$ sous la forme

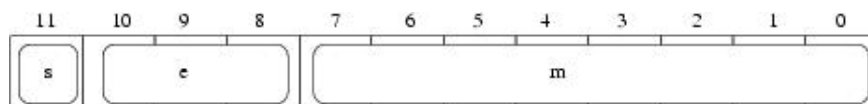
$$x = (-1)^s \times 2^e \times m$$

où m est un réel compris entre 1 inclus et 2 exclus, appelé *mantisse*, et e est un entier relatif, appelé *exposant*.

Il existe trois codages :

1. sur 32 bits pour la simple précision ;
2. sur 64 bits pour la double précision ;
3. sur 128 bits.

Dans cet exercice, on va considérer une version raccourcie de cette représentation sur 12 bits.



- les huit bits de poids faible forment la représentation binaire de la partie fractionnaire de la mantisse, c'est-à-dire de $m-1$;
- on obtient l'exposant e en calculant $e = E-3$, où E est l'entier positif dont la représentation binaire est donnée par les trois bits suivants,
- et le bit de poids fort indique le signe du nombre (0 = positif, 1 = négatif).

Question 1 Quel est le plus petit réel positif non nul de cette forme ? le plus grand ?

Exercice 1-10 Codage BCD

Codez en BCD les entiers 123 et 78. Puis effectuez en BCD l'addition $123 + 78$.

1. source : <http://primes.utm.edu/largest.html>

Exercice 1-11 *Les entiers de MAPLE*

Le logiciel de calcul mathématique MAPLE travaille sur des entiers représentés dans une base qui est la plus grande puissance de 10 dont le carré puisse s'écrire dans un registre du processeur.

Question 1 Déterminez cette base pour un processeur 32 bits.

Question 2 Quel intérêt peut avoir une telle représentation ?

Exercice 1-12 *Opérations logiques sur les entiers*

Question 1 Calculez $n \oplus m$, $n \wedge m$, $n \vee m$, $n \ll 2$, $n \gg 2$ pour $n = 453$ et $m = 316$.

Question 2 L'opération \oplus admet-elle un élément neutre dans \mathbb{N} ? et \wedge ? et \vee ? et si on se restreint à l'intervalle des entiers compris entre 0 et $2^p - 1$?

Question 3 Comment tester si un entier est pair à l'aide des opérations logiques ?

Exercice 1-13

En utilisant la vue sur un fichier texte depuis un éditeur hexadécimal (cf figure 1), remplissez le tableau suivant :

Car	bin	oct	déc	hexa
L				
				6c
			32	
		105		
	1100010			

Exercice 1-14 *Halloween et Noël*

Pourquoi les informaticiens confondent-ils Halloween et Noël ?

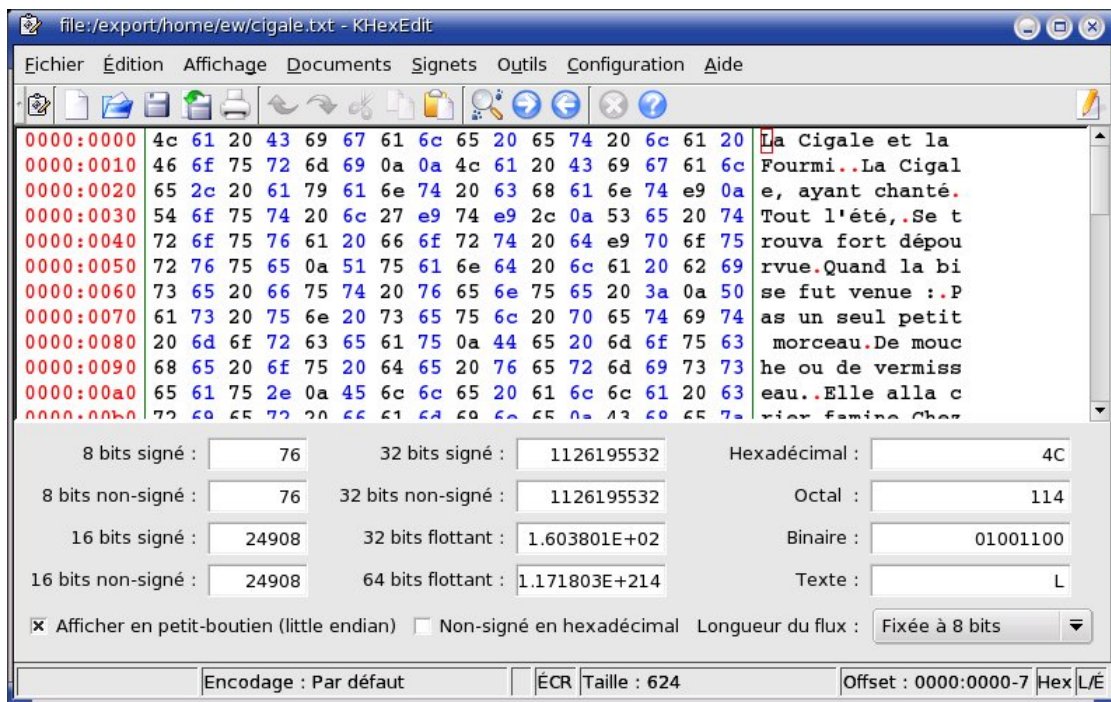


FIGURE 1 – Vue hexadécimale sur un fichier texte