

Codage de l'information

Devoir surveillé n° 2

Jeudi 18 décembre 2014 - Durée 2h - Documents autorisés. Calculatrices autorisées.

Veillez indiquer le numéro de votre groupe de TD sur la copie qu'il est inutile de rendre anonyme, ainsi que votre NIP (figurant sur votre carte d'étudiant).

Ce sujet contient quatre exercices indépendants. Prenez 10mn pour lire l'intégralité du sujet avant de commencer.

Vous **justifierez** avec soin l'ensemble de vos réponses.

Exercice 1-1 *Représentation des entiers*

Supposons que les transferts d'argent entre comptes bancaires soient représentés par des entiers signés (en complément à 2) sur 32 bits stockant le montant en centimes d'euros.

Question 1 Quel est le montant maximal, en euros, pouvant être transféré ?

Question 2 Imaginons qu'une personne voit sur son écran un transfert entre Liliane et Nicolas, dont la valeur est $123DFBA7_{16}$. Quel est le montant (en décimal et en euros) que Liliane a transféré à Nicolas ?

Exercice 1-2 *Langages et codes*

Question 1 Est-il possible d'avoir un codage binaire optimal avec un mot de longueur 1 et deux mots de longueur 2 ?

Question 2 Donnez tous les codes ayant cette distribution de longueur et qui ne soient **pas** préfixes.

Question 3 Le langage $L_1 = \{ 01, 11, 010, 110, 100 \}$ est-il un code? Peut-il être optimal?

Exercice 1-3 *Optimalité et correction d'erreurs*

La langue française peut être considérée comme une source ayant une entropie d'environ 4 bits par caractère. Supposons qu'un texte utilisant cette source soit encodé en ISO-8859-1. Notons N le nombre de caractères dans ce texte.

Question 1 Donner un encadrement de la taille en octets de ce texte encodé avec un codage binaire optimal.

Question 2 Ce texte encodé avec un codage optimal est ensuite encodé avec un codage de Hamming [7,4,3]. Donnez un encadrement de la taille du texte obtenu.

Question 3 Selon vous est-il plus intéressant d'encoder un texte avec un codage optimal puis avec un codage de Hamming, ou de ne pas l'encoder du tout? Pourquoi?

Question 4 Serait-il plus intéressant de faire l'inverse (codage de Hamming puis codage optimal)? Pourquoi?

Prenons cette source, plus réduite que la langue française :

s	e	s	a	c	v	h	x
$Pr(s)$	0,4	0,2	0,2	0,08	0,06	0,03	0,03

Question 5 Donnez l'entropie de cette source.

Question 6 Donnez un codage optimal pour cette source.

Question 7 Quel est le résultat de l'encodage du mot « vaches » avec votre encodage? Encodé le résultat avec un codage de Hamming [7,4,3]. Le codage se fait par paquet de 4 bits. Si le dernier paquet ne contient pas 4 bits, on pourra effectuer un bourrage, en complétant avec un 1 suivi du nombre nécessaire de 0, si besoin.

Exercice 1-4 *Codage de Golay*

Question 1 Le codage binaire étendu de Golay est un $[24,12,8]$ -codage linéaire. Quelles sont les capacités de détection et correction d'erreurs de ce codage?

Question 2 En terme de nombre d'octets utilisés, est-il plus intéressant d'utiliser un codage de Hamming $[7,4,3]$ ou un codage de Golay? Quel est le gain en utilisant le codage le plus économe?

Question 3 Supposons que nous avons un message de 96 bits à transmettre. Comparez le pourcentage maximal d'erreurs que peuvent détecter et corriger les codages de Hamming et de Golay pour la transmission d'un tel message (auquel s'ajouteront les bits de redondance).
