Analyse Syntaxique – TD4

Exercice 1. Soit la grammaire $G = (\Sigma, V, S, P)$ avec $\Sigma = \{+, -, *, /, i\}$, $V = \{S\}$ et $P = \{S \to SS+ \mid SS* \mid SS- \mid SS/ \mid i\}$.

Question 1. *Construire un arbre de dérivation pour le mot $ii + i*$.*

Question 2. *Cette grammaire est-elle ambigue ? Justifier.*

Exercice 2. On considère la grammaire définie par l'ensemble de règles suivant :

$$E \to E = E \mid E + E \mid (E) \mid id$$

Cette grammaire engendre des expressions qui peuvent contenir des affectations comme en langage C. Par exemple, $b = c$ est une expression qui affecte à la variable b la valeur de la variable c ; la valeur de l'expression est la même que c. Par conséquent, $a = (b = c)$ affecte la valeur de c à b puis à a.

Question 3. *Donner tous les arbres de dérivation de l'expression $id = id + id = id$.*

On dit qu'une affectation est valide si et seulement si le membre gauche de l'affectation est un identificateur.

Question 4. *Parmi les arbres de dérivation de la question précédente, quels sont ceux qui sont valides pour l'affectation ? Lequel correspond, à votre avis de programmeur, à la structure usuelle du langage C ?*

Exercice 3. Pour chacune des grammaires G_i ci-dessous, répondre aux questions suivantes :

1. La grammaire G_i est-elle ambiguë ?
2. Si la grammaire est ambiguë, donner une grammaire non ambiguë équivalente.

1. Grammaire $G_1 = (\Sigma_1, V_1, A, P_1)$ avec $V_1 = \{A\}$, $\Sigma_1 = \{\texttt{0, 1}\}$ et

$$P_1 = \left\{ \texttt{A} \to \texttt{1 A} \mid \texttt{1 A 0} \mid \texttt{A 0} \mid \varepsilon \right\}$$

2. Grammaire $G_2 = (\Sigma_2, V_2, A, P_2)$ avec $V_2 = \{A, N, S\}$, $\Sigma_2 = \{\texttt{0, 1, [,]}\}$ et

$$P_2 = \left\{ \begin{array}{l} \texttt{A} \to \texttt{[N] A} \mid \varepsilon \\ \texttt{N} \to \texttt{1 S} \mid \texttt{0} \\ \texttt{S} \to \texttt{0 S} \mid \texttt{1 S} \mid \varepsilon \end{array} \right\}$$

3. Grammaire $G_3 = (\Sigma_3, V_3, A, P_3)$ avec $V_3 = \{A, N, S\}$, $\Sigma_3 = \{\texttt{0, 1, [,]}\}$ et

$$P_3 = \left\{ \begin{array}{ll} \texttt{A} \rightarrow & \texttt{[A]} \mid \texttt{N} \\ \texttt{N} \rightarrow & \texttt{1 S} \mid \texttt{0} \\ \texttt{S} \rightarrow & \texttt{0 S} \mid \texttt{1 S} \mid \varepsilon \end{array} \right\}$$

Exercice 4. On considère la grammaire définie par l'ensemble de règles suivant :

$$\begin{array}{ll} S \rightarrow & aSb \mid UU \mid UTU \\ T \rightarrow & bTa \mid ba \\ U \rightarrow & aUb \mid ab \end{array}$$

Question 5. *Cette grammaire est-elle ambigue ?*

Exercice 5. On considère la grammaire suivante, donnée par son ensemble de règles, définissant des structures conditionnelles à la Pascal.

$$I \rightarrow si\ b\ alors\ I \mid si\ b\ alors\ I\ sinon\ I \mid a$$

Question 6. *Cette grammaire est-elle ambigue ?*

Question 7. *Montrer que le langage engendré par cette grammaire n'est pas ambigu.*

Exercice 6. Le but de cet exercice est de définir une grammaire pour engendrer les expressions rationnelles sur un alphabet donné X. Soit la grammaire $G = (\Sigma, V, S, P)$ avec $V = \{S\}$, $\Sigma = \{lettre, epsilon, (,), *, +, ., vide\}$ et

$$P = \{S \rightarrow S + S \mid S* \mid S.S \mid (S) \mid lettre \mid epsilon \mid vide\}$$

Dans l'ensemble des terminquex Σ, *epsilon* représente le mot vide, *lettre* représente une lettre de l'alphabet X sur lequel on construit les expressions rationnelles, *vide* représente l'ensemble vide et $+$, ., $*$ représentent les opérateurs rationnels (union, concaténation, étoile).

Question 8. *Donner une dérivation permettant d'engendrer* $(a.b + c)*$.

Question 9. *Est-ce que la grammaire G est régulière ? Justifier.*

Question 10. *Est-ce que la grammaire G est ambigue ? Justifier.*

Voici quelques propriétés des expressions rationnelles :
- Le $+$ est associatif à gauche. En effet $a + b + c = (a + b) + c$.
- Le . est associatif à gauche. En effet $a.b.c = (a.b).c$.
- L'étoile est prioritaire sur la concaténation, elle-même prioritaire sur l'union : $a.b + a.b * +b* = (a.b) + (a.(b*)) + (b*)$.

Question 11. *Ecrire une grrammaire non ambigue qui tienne compte de l'associativité et des priorités des opérateurs, et qui engendre les expressions rationnelles (i.e. équivalente à G).*