

Grammaires

**Exercice 1 :**

On considère la grammaire régulière  $G = \{\Sigma, V, A, \mathcal{R}\}$  où  $V = \{S, A\}$ ,  $\Sigma = \{a, b\}$  et

$$\mathcal{R} = \{A \rightarrow aS, A \rightarrow bS, A \rightarrow \epsilon, S \rightarrow aA, S \rightarrow bA\}$$

Q 1 . De quel type est cette grammaire, au sens de la hiérarchie de Chomsky ?

Q 2 . Donner une dérivation du mot  $abba$ .

Q 3 . Dessiner un arbre de dérivation pour ce même mot.

Q 4 . Quels sont les mots du langage  $\widehat{L}(G)$  que l'on peut obtenir par une dérivation de longueur 1 ? Parmi eux, lesquels appartiennent-ils à  $L(G)$  ?

Mêmes questions pour les dérivations de longueur 2, puis 3.

Q 5 . Trouver (sans prouver, pour l'instant) une caractéristique de tous les mots de  $\widehat{L}(G)$  que l'on peut obtenir par une dérivation de longueur paire.

Même question pour les dérivations de longueur impaire.

Q 6 . Quel est le langage engendré par cette grammaire (i.e.  $L(G)$ ) ? Prouvez votre réponse.

**Exercice 2 :**

On considère la grammaire  $G = (V, \Sigma, \mathcal{R}, S)$  avec  $\Sigma = \{a, b\}$ ,  $V = \{S\}$  et

$$\mathcal{R} = \{S \rightarrow aSb, S \rightarrow SS, S \rightarrow bSa, S \rightarrow \epsilon\}.$$

Q 1 . De quel type est cette grammaire ?

Q 2 . Tout mot de  $L(G)$  commençant par  $a$  se termine-t-il par  $b$  ?

Q 3 . Trouvez deux dérivations différentes permettant d'engendrer le mot  $abab$  . Vous en cherchez une qui n'utilise pas la règle  $S \rightarrow SS$

Q 4 . Représenter les arbres de dérivations correspondants.

Q 5 . Montrer qu'il existe une infinité de dérivations différentes permettant d'engendrer  $\epsilon$

Q 6 . Donner une dérivation dans  $G$  permettant d'engendrer le mot  $aabbbaab$  à partir de l'axiome  $S$ . Dessiner l'arbre de dérivation.

Q 7 . Montrer que tout mot dérivé de l'axiome possède autant de  $a$  que de  $b$ .

Q 8 . Montrer que  $L(G) = \{u \in \Sigma^*, |u|_a = |u|_b\}$

Q 9 . Montrer que  $L(G)$  n'est pas rationnel (on pourra par exemple montrer qu'il admet une infinité de résiduels distincts)

**Exercice 3 :**

La syntaxe d'une commande est décrite comme suit : une commande est composée de 4 parties dont seule la première est obligatoire.

- la première partie est constituée du nom de la commande (un identificateur de commande).
- la deuxième partie est composée du nom de la variable (un identificateur) sur laquelle va s'appliquer la commande.
- la troisième partie correspond à la liste des paramètres : c'est une suite, éventuellement vide, de paramètres (qui sont ici des caractères) séparés par des virgules, encadrée par des accolades.
- la dernière partie correspond à la partie option. Elle est constituée par une liste, éventuellement vide, d'options séparées par des virgules, encadrée par des crochets. Une option est représentée soit par un caractère, soit par un ensemble ayant la syntaxe de la liste des paramètres.

Écrire une grammaire décrivant la syntaxe d'une commande, i.e. définir l'alphabet terminal, l'alphabet des variables, l'axiome et les règles de production. Le langage engendré est-il reconnaissable ?

**Exercice 4 :**

Donner une grammaire algébrique engendrant le langage  $\{w \in (a+b)^* \mid \exists u, v \in (a+b)^* : |u| = |v|, u \neq v, w = uv\}$