Exemples de construction de table LL(1)

novembre 2018

1 Exemple du cours

$$
\begin{aligned}
S &\to AB \mid Da\\
A &\to aAb \mid \varepsilon\\
B &\to bB \mid \varepsilon\\
D &\to dD \mid e
\end{aligned}
$$

1.1 ε-productions

Variables : $\{A, B\} \cup \{S\} \cup \emptyset = \{A, B, S\}$
Régles : $\{S \to AB,\ A \to \varepsilon,\ B \to \varepsilon\}$

1.2 Ensembles Premier

$$
\begin{aligned}
Premier(S) &= Premier(AB) \cup Premier(Da) & \\
Premier(A) &= Premier(aAb) & = \{a\}\\
Premier(B) &= Premier(bB) & = \{b\}\\
Premier(D) &= Premier(dD) \cup Premier(e) & = \{d, e\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
Premier(AB) &= Premier(A) \cup Premier(B) & = \{a, b\}\ car\ A \xrightarrow{*} \varepsilon\\
Premier(Da) &= Premier(D) & = \{d, e\}\ car\ \neg(D \xrightarrow{*} \varepsilon)\\
Premier(S) &= Premier(AB) \cup Premier(Da) & = \{a, b, d, e\}
\end{aligned}
$$

1.3 Constitution de la table, phase 1

Pour toute règle $V \to w$ et toute lettre $x \in Premier(w)$, ajouter la règle $V \to w$ dans la case $T[V, x]$.
Résultat :

	S	A	B	D
a	$S \to AB$	$A \to aAb$		
b	$S \to AB$		$B \to bB$	
d	$S \to Da$			$D \to dD$
e	$S \to Da$			$D \to e$
#				

Remarque : à cette étape, aucune case ne contient strictement plus d'une règle, on peut donc passer au calcul des « Suivant ».

1.4 Ensembles Suivant

Pour chaque variable, on fait intervenir toutes les règles où cette variable apparait en partie **droite**.

$$Suivant(A) = Premier(B) \cup Suivant(S) \cup \{b\} \qquad note : B \xrightarrow{*} \varepsilon$$
$$Suivant(B) = Suivant(S)$$
$$Suivant(D) = Premier(a) = \{a\}$$
$$Suivant(S) = \{\#\}$$

$$Suivant(A) = \{b\} \cup \{\#\} \cup \{b\} = \{b, \#\}$$

1.5 Constitution de la table, phase 2

Pour toute règle ε- productive $V \to w$ et toute lettre $x \in Suivant(V)$, ajouter la règle $V \to w$ dans la case $T[V, x]$.

	S	A	B	D
a	$S \to AB$	$A \to aAb$		
b	$S \to AB$	$A \to \varepsilon$	$B \to bB$	
d	$S \to Da$			$D \to dD$
e	$S \to Da$			$D \to e$
#	$S \to AB$	$A \to \varepsilon$	$B \to \varepsilon$	

2 Exemple 2

$$S \to AB \mid BA$$
$$A \to XAX \mid a$$
$$B \to XBX \mid b$$
$$X \to a \mid b$$

2.1 ε-productions

Aucune.

2.2 Ensembles Premier

$$Premier(X) = \{a, b\}$$
$$Premier(A) = Premier(X) \cup \{a\} = \{a, b\}$$
$$Premier(B) = Premier(X) \cup \{b\} = \{a, b\}$$
$$Premier(AB) = Premier(A) = \{a, b\}$$
$$Premier(BA) = Premier(B) = \{a, b\}$$
$$Premier(S) = Premier(AB) \cup Premier(BA) = \{a, b\}$$

2.3 Constitution de la table, phase 1

On constate **par exemple** que la case $T[A, a]$ contient deux règles :$A \to XAX$ et $A \to a$. La grammaire n'est donc pas LL(1). Il est inutile de poursuivre.
(NB : idem pour la $T[B, b]$. Également pour $T[S, a]$ et $T[S, b]$ qui contiennent chacune les deux règles $S \to AB$ et $S \to BA$)

3 Exemple 2 bis

$$\begin{aligned}
S &\to AB \mid BA \\
A &\to XAX \mid a \\
B &\to YBY \mid b \\
X &\to cX|e \\
Y &\to dY|f
\end{aligned}$$

3.1 ε-productions

Aucune.

3.2 Ensembles Premier

$$\begin{aligned}
Premier(cX) &= \{c\} \\
Premier(dY) &= \{d\} \\
Premier(X) &= Premier(cX) \cup \{e\} = \{c, e\} \\
Premier(Y) &= Premier(dY) \cup \{f\} = \{d, f\} \\
Premier(XAX) &= Premier(X) = \{c, e\} \\
Premier(YBY) &= Premier(Y) = \{d, f\} \\
Premier(A) &= Premier(XAX) \cup \{a\} = \{a, c, e\} \\
Premier(B) &= Premier(YBY) \cup \{b\} = \{b, d, f\} \\
Premier(AB) &= Premier(A) = \{a, c, e\} \\
Premier(BA) &= Premier(B) = \{b, d, f\} \\
Premier(S) &= Premier(AB) \cup Premier(BA) = \{a, b, c, d, e, f\}
\end{aligned}$$

3.3 Constitution de la table, phase 1

	S	A	B	X	Y
a	$S \to AB$	$A \to a$			
b	$S \to BA$		$B \to b$		
c	$S \to AB$	$A \to XAX$		$X \to cX$	
d	$S \to BA$		$B \to YBY$		$Y \to dY$
e	$S \to AB$	$A \to XAX$		$X \to e$	
f	$S \to BA$		$B \to YBY$		$Y \to f$
#					

3.4 Constitution de la table, phase 2

La grammaire ne comportant aucune règle ε-productive, la phase 2 est inutile (elle n'ajouterait aucune nouvelle règle).
La grammaire est LL(1)

4 Exemple 3

$$\begin{aligned}
E &\to E + T \mid T \\
T &\to T * F \mid F \\
F &\to (E) \mid a
\end{aligned}$$

NB : Les signes $\{+, *, (,), a\}$ sont les symboles terminaux.

Cette **grammaire est récursive gauche, elle n'est donc pas LL(1)**. On peut trouver une grammaire équivalente non récursive gauche, selon l'algorithme vu en cours et examiner si celle-ci est LL(1)

$$\begin{aligned} E &\to TE' \\ E' &\to +TE' \mid \varepsilon \\ T &\to FT' \\ T' &\to *FT' \mid \varepsilon \\ F &\to (E) \mid a \end{aligned}$$

4.1 ε-productions

Variables : $\{E', T'\}$
Règles : $\{E' \to \varepsilon,\ T' \to \varepsilon\}$

4.2 Ensembles Premier

$$\begin{aligned} Premier((E)) &= \{(\} \\ Premier(F) &= \{(, a\} \\ Premier(T) &= Premier(F) = \{(, a\} \\ Premier(T') &= \{*\} \\ Premier(E) &= Premier(T) = \{(, a\} \\ Premier(E') &= \{+\} \end{aligned}$$

4.3 Constitution de la table, phase 1

Pour toute règle $V \to w$ et toute lettre $x \in Premier(w)$, ajouter la règle $V \to w$ dans la case $T[V, x]$. Résultat :

	E	E'	T	T'	F
a	$E \to TE'$		$T \to FT'$		$F \to a$
(	$E \to TE'$		$T \to FT'$		$F \to (E)$
)					
+		$E \to +TE'$			
*				$T' \to *FT'$	
#					

4.4 Ensembles Suivant

Pour chaque variable, on fait intervenir toutes les règles où cette variable apparait en partie **droite**.

$$\begin{aligned} Suivant(E) &= \{\#,)\} \\ Suivant(E') &= Suivant(E) \\ Suivant(T) &= Premier(E') \cup Suivant(E) = \{+, \#,)\} \\ Suivant(T') &= Suivant(T) \\ Suivant(F) &= Premier(T') \cup Suivant(T) = \{*, +, \#,)\} \end{aligned}$$

4.5 Constitution de la table, phase 2

	E	E'	T	T'	F
a	$E \to TE'$		$T \to FT'$		$F \to a$
(	$E \to TE'$		$T \to FT'$		$F \to (E)$
)		$E' \to \varepsilon$		$T' \to \varepsilon$	
+		$E \to +TE'$		$T' \to \varepsilon$	
*				$T' \to *FT'$	
#		$E' \to \varepsilon$		$T' \to \varepsilon$	

La grammaire transformée est LL(1).

5 Exemple 4

$$
\begin{aligned}
S &\to XY \\
X &\to aX \mid \varepsilon \\
Y &\to ab
\end{aligned}
$$

5.1 ε-productions

Variables : $\{X\}$
Règles : $\{X \to \varepsilon\}$

5.2 Ensembles Premier

$$
\begin{aligned}
Premier(X) &= \{a\} \\
Premier(Y) &= \{a\} \\
Premier(S) &= Premier(X) \cup Premier(Y) = \{a\}
\end{aligned}
$$

5.3 Constitution de la table, phase 1

Pour toute règle $V \to w$ et toute lettre $x \in Premier(w)$, ajouter la règle $V \to w$ dans la case $T[V, x]$.
Résultat :

	S	X	Y
a	$S \to XY$	$X \to aX$	$Y \to ab$
b			
#			

5.4 Ensembles Suivant

Pour chaque variable, on fait intervenir toutes les règles où cette variable apparait en partie **droite**.

$$
\begin{aligned}
Suivant(S) &= \{\#\} \\
Suivant(Y) &= Suivant(S) = \{\#\} \\
Suivant(X) &= Premier(Y) = \{a\}
\end{aligned}
$$

5.5 Constitution de la table, phase 2

	S	X	Y
a	$S \to XY$	$X \to aX$ $X \to \varepsilon$	$Y \to ab$
b			
#			

La grammaire n'est pas LL(1).